CH7 DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

EX 40 :

p premier et a non divisible par p alors d'après Fermat $a^{p-1}\equiv 1(p)$

Donc le reste modulo p de a^{p-1} est 1.

Le reste modulo p de a^{p-1} -2 est p-1 (1-2=-1≡p-1(p))

$2a^{10p-10}-2=2.(a^{p-1})^{10}-3\equiv 2.1-3(p)$ donc Le reste modulo p de a^{10p-10} -3 est p-1

EX 41 :

1. a/ 1000=111x9+1 donc le reste modulo 111 de 1000 est 1

   b/ $1000\equiv 1(111)\Rightarrow 1000.n\equiv n(111)$ donc n et 1000.n ont le même reste mod 111

   c/ • 111111=111x1000+111 111 et 111x1000 sont divisibles par 111 alors 111111 est divisibles par 111

   • 100010001=100010x1000+1≡100010+1(111) d'après b/
   ≡100x1000+10+1(111)
   ≡100+10+1 (111)
   ≡111(111)
   ≡0(111) Donc 100010001 est divisible par 111

   • 100010000001=100010000x1000+1≡100010000+1(111)
   ≡100010001(111)
   ≡0(111)

2. 100 000=9x11111+1⇒100 000≡1(11111)⇒100 000n≡n(11111)
   1001001001001=10010010x100 000+1001≡10010010+1001(11111)
   ≡100x100 000+10010+1001(11111)
   ≡100+10010+1001(11111)
   ≡11111(11111)
   ≡0(11111)

EX 42 :

Pour n=o $1^n+2^n+3^n+4^n=1+1+1+1=4$ le reste modulo 4 est 0

Pour n=1 $1^n+2^n+3^n+4^n=1+2+3+4=10$ le reste modulo 4 est 2

Pour n≥2 • si n est pair $1^n+2^n+3^n+4^n\equiv 1+0+(-1)^n+0(4)$
≡2(4)

• si n est impair $1^n+2^n+3^n+4^n\equiv 1+0+(-1)^n+0(4)$
≡1+(-1)(4)
≡0(4)

Conclusion : les restes possibles modulo 4 de $1^n+2^n+3^n+4^n$ sont 0 et 2

Qarray.tn -Anfa Blech- Qarray.tn